

# Analyse von Lösungsräumen bei der Ressourcenbelegungsplanung

Frank Herrmann

Innovationszentrum für Produktionslogistik und Fabrikplanung (IPF)  
Ostbayerische Technische Hochschule Regensburg (OTH Regensburg)  
Galgenbergstraße 32, 93053 Regensburg, Deutschland

## Zusammenfassung

Ressourcenbelegungsplanungsprobleme haben fast immer exponentiell wachsende Lösungsräume. Ausnahmen sind einfachste Ressourcenbelegungsplanungsprobleme die sich im wesentlichen durch Sortierverfahren optimal lösen lassen. Dadurch sind Ressourcenbelegungsplanungsprobleme NP-vollständig. Nach der Literatur haben Lösungsräume von einigen NP-vollständigen Optimierungsproblemen günstige Eigenschaften, die Metaheuristiken, wie genetische Algorithmen und lokale Suche, ausnutzen, um in vertretbarer Rechenzeit gute Lösungen zu finden. Zu Ihrer Erkennung gibt es in der Literatur etablierte Analysemöglichkeiten. Sie werden in dieser Arbeit auf die Ressourcenbelegungsplanung übertragen und ihre Wirkung bzw. die auftretenden Schwierigkeiten werden anhand von einfachen Problemen aufgezeigt.

## Schlüsselwörter

Ressourcenbelegungsplanungsprobleme, Analyse eines Lösungsraums, Landschaft eines Lösungsraums, Metaheuristiken.

## 1 Einleitung

Die Ressourcenbelegungsplanung ist Bestandteil von Enterprise Resource Planungssystemen (ERP-System) wie dem SAP System, s. z.B. [22] oder [18]. Sie legt fest, wann welche Aufträge auf welchen Stationen eines Produktionssystems – wie beispielsweise einer Werkstattfertigung aus Bohr-, Fräß- und Schleifstationen – zu bearbeiten sind; s. hierzu beispielsweise [17] und [18].

Durch die Definition von benachbarten Lösungen entsteht ein Lösungsraum. Die in der industriellen Praxis in der Regel auftretenden Lösungsräume sind so groß, dass eine vollständige Enumeration selbst mit den schnellsten heute verfügbaren Computern Jahrzehnte dauern würde, s. z.B. [17] und [18]. Dem wird durch Suchverfahren – in Form

von Metaheuristiken wie eine lokale Suche – begegnet, die wenig erfolgversprechende Teil-Räume von der weiteren Suche ausschließen. Dazu müssen geeignete Eigenschaften eines Lösungsraums bekannt sein. Seitens der Literatur haben sich eine Reihe von Analysen für viele NP-vollständige Probleme bewährt. Sie werden im Folgenden im Detail vorgestellt und anhand von Fallstudien demonstriert.

Diese Publikation ist wie folgt strukturiert. Die Untersuchung wird anhand von Fallstudien zur Ressourcenbelegungsplanung mit der Minimierung der mittlere Verspätung als Zielkriterium erläutert, die zunächst dargestellt werden. Über eine Metrik ergibt sich ein Lösungsraum, dessen mögliche Eigenschaften erläutert werden. Nachdem dies in zwei Abschnitten erläutert wurde, werden in den folgenden drei Abschnitten verschiedene Kennzahlen eingeführt und analysiert. Abschließend werden die erzielten Ergebnisse zusammengefasst und weiterführende Arbeiten vorgeschlagen.

## 2 Fallstudien

Zur Demonstration der Überlegungen wird sich auf eine Permutationslinienfertigung, die für manche Untersuchungen noch weiter reduziert wird, beschränkt. Dadurch sind einige Analysen manuell möglich. Damit eine gewisse Unregelmäßigkeit auftritt, wurden drei Stationen verwendet. Zu jedem Produkt existiert ein Auftrag und es gibt 5 Produkte. Die Bearbeitungszeiten der einzelnen Operationen für die einzelnen Produkte wurden so gewählt, dass eine gewisse Schwankung an den Arbeitstationen einerseits und an der Gesamtbearbeitungszeit der einzelnen Produkte (Summe der Bearbeitungszeiten der einzelnen Operationen) andererseits auftritt. Alle Aufträge haben den gleichen Endtermin.

Im Detail lauten die Daten dieser Permutationsfließfertigung, die im Weiteren als Ausgangsproblem bezeichnet wird, wie folgt. Die Bearbeitungszeiten der 5 Produkte auf den drei Stationen (S1, S2 und S3) betragen:

Station	Produkte				
	A	B	C	D	E
S1	40	90	20	40	40
S2	50	50	50	90	10
S3	50	20	30	40	40

Tabelle 1: Ausgangsproblem: Bearbeitungszeiten in Zeiteinheiten (ZE).

Die Aufträge (hier hat jedes Produkt der Einfachheit halber einen Auftrag) haben einen einheitlichen Freigabetermin von 0 Zeiteinheiten (ZE) und einen einheitlichen Soll-Endtermin von 200 ZE.

Das resultierende Permutationslinienfertigungsproblem wird durch die Permutation (3, 1, 5, 4, 2) optimal gelöst und ihre mittlere Verspätung beträgt 36 ZE (als Zielfunktionswert).

Da der Lösungsraum aus 120 Permutationen für eine vollständige Analyse recht groß ist, wurde ein Auftrag, nämlich Produkt C, entfernt. Die resultierende Permutationsfließfertigung besteht weiterhin aus den drei Stationen (S1, S2 und S3) und die Bearbeitungszeiten der nunmehr 4 Produkte lauten nun:

Station	Produkte			
	A	B	C	D
S1	40	90	40	40
S2	50	50	90	10
S3	50	20	40	40

Tabelle 2: Reduziertes Ausgangsproblem: Bearbeitungszeiten in Zeiteinheiten (ZE).

Auch hier haben die Aufträge (wiederum hat jedes Produkt der Einfachheit halber einen Auftrag) einen einheitlichen Freigabetermin von 0 ZE und einen einheitlichen Soll-Endtermin von 200 ZE. Die Stationen haben eine Verfügbarkeit und zwar S1 von 20 ZE, S2 von 70 ZE sowie S3 von 100 ZE.

Dieses Reduktion vom Ausgangsproblem wird durch die Permutation (1, 4, 3, 2) optimal gelöst und ihre mittlere Verspätung beträgt 45 ZE. Es wird im Folgenden als Beispielproblem bezeichnet und das zuerst genannte Problem als Ausgangsproblem. Bereits das Ausgangsproblem ist insofern einfach, als die NEH-Heuristik, s. z.B. [34], bereits eine optimale Lösung für die mittlere Verspätung berechnet.

Schließlich ist es hilfreich, zum Vergleich ein Problem heranzuziehen, welches durch ein Sortierverfahren, und insbesondere bereits durch die Prio-

ritätsregel „Kürzeste Operationszeit“ – auf Prioritätsregeln wird weiter unten näher eingegangen –, optimal gelöst wird, weswegen es als günstiges Problem bezeichnet wird. Es handelt sich um ein Ein-Stationenproblem, bei dem sämtliche 4 Aufträge verspätet sind. Auch hier haben die Aufträge unterschiedliche Produkte mit den folgenden Bearbeitungszeiten:

Station S	Produkte			
	A	B	C	D
	20	40	10	30

Tabelle 3: Günstiges Problem: Bearbeitungszeiten in Zeiteinheiten (ZE).

Die Freigabe- und Soll-Endtermine aller Aufträge sind 0 ZE.

Zur Lösung wurden einerseits Prioritätsregeln eingesetzt und andererseits wurde eine vollständige Permutation erstellt. Prioritätsregeln arbeiten im Kern wie folgt, im Detail ist ihre Arbeitsweise in [18] und [20] beschrieben: Operationen, die startbereit sind – bei der ersten in einem linearen Arbeitsplan eben ab dem Freigabetermin des dazugehörigen Auftrags und ansonsten, wenn sein Vorgänger im Arbeitsplan beendet worden ist – werden auf die Stationen zugeteilt, auf denen sie bearbeitet werden können. In dem jedem vor einer Station wartenden Auftrag eine Priorität zugewiesen wird, entsteht eine Warteschlange. Kann eine Station belegt werden, so wird die erste Operation seiner Warteschlange zugeteilt. Die im Folgenden verwendeten Prioritätsregeln sind im Detail in [19] und in [37], [36], [18], [33], [9] sowie [12] beschrieben. Wie [1] und [42] zeigen, werden Prioritätsregeln auch in neueren Forschungen verwendet.

Für das Beispielproblem sind die mittleren Verspätungen sämtlicher Lösungen, die in der Tabelle 16 aufgelistet sind, in Abbildung 1 dargestellt. Diese Abbildung 1 enthält auch die Lösungen zu Prioritätsregeln, die beispielsweise in [17], [18] und in [21] erläutert sind. Die im Lösungsraum auftretende mittlere Verspätung überstreckt einen Bereich von 45 ZE bis 107.5 ZE, wobei mehrere mittlere Verspätungen mehrfach auftreten und die mittleren Verspätungen einen Mittelwert von 69.48 ZE und eine Standardabweichung von 15.52 ZE besitzen.

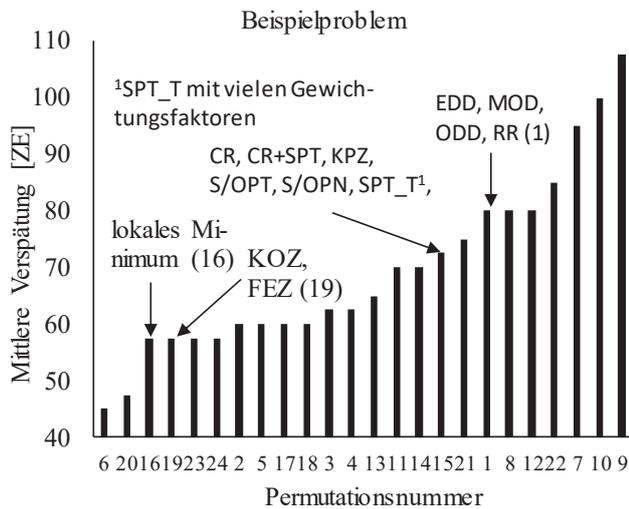


Abbildung 1: Verteilung der mittleren Verspätung beim Beispielproblem; für die Permutationsnummern s. Tabelle 16.

Beim Ausgangsproblem liegt eine ähnliche Situation vor, s. Abbildung 2, welches auch die Lösungen zu Prioritätsregeln enthält: deutlich sind ebenfalls viele Häufungspunkte erkennbar, der Mittelwert von 67.67 ZE ist etwas niedriger, die Standardabweichung von 18.14 ZE ist etwas höher, das Minimum von 36 ZE ist etwas niedriger und das Maximum von 116 ZE ist etwas höher; wegen der hohen Anzahl an Permutationen wurde auf deren Angabe als Säulen wie in Abbildung 1 verzichtet.

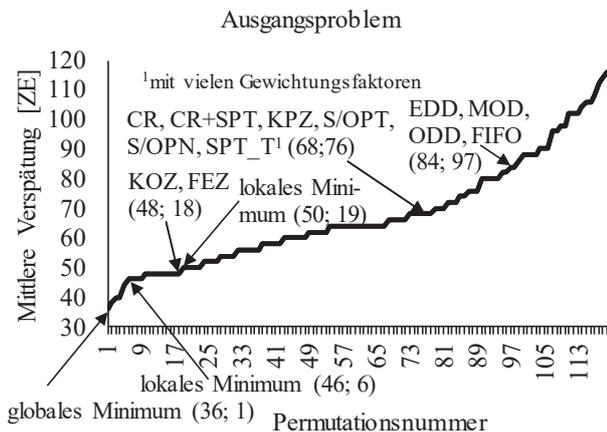


Abbildung 2: Verteilung der mittleren Verspätung beim Ausgangsproblem.

### 3 Struktur eines Lösungsraums – Metrik, lokale Optima und lokale Suche

Bei den hier betrachteten Permutationsfließfertigungen besteht der Lösungsraum aus allen Permutationen der Aufträge. Über eine Metrik – und all-

gemein über topologische Räume s. z.B. [7] sowie [5] – kann die Ähnlichkeit zwischen Lösungen durch einen Abstand (Distanz) gemessen werden, was zur Bildung von Nachbarschaftsstrukturen führt, s. z.B. [6]. Mehrere Metriken werden in der Literatur verwendet, s. z.B. [43] oder [6]. Besonders in binären Suchräumen der Dimension  $n$  wird die Hamming-Metrik verwendet, s. z.B. [43] oder [6], bei der die Anzahl der abweichenden (binären) Positionen gezählt wird. Dieses Vorgehen lässt sich auf zwei Permutationen  $x = \{x_1, \dots, x_n\}$  und  $y = \{y_1, \dots, y_n\}$  wie folgt erweitern:

$$d(x, y) = \sum_{i=1}^n z_i \text{ mit } z_i = \begin{cases} 1 & , \text{ für } x_i \neq y_i \\ 0 & , \text{ für } x_i = y_i \end{cases}$$

ist der Hammingabstand zwischen  $x$  und  $y$ .

Eine weitere Metrik ist aus der Arbeitsweise der NEH Heuristik, nämlich dem Einfügen eines Auftrags in einer Position in einer Permutation, s. [34], ableitbar.

Ein (direkter) Nachbar zu einer Permutation (im Allgemeinen einer Lösung)  $x$  – im Lösungsraum – ist folglich jede andere Permutation – im Lösungsraum –, die den kleinsten möglichen Hamming-Abstand zu  $x$  hat. Da die Permutationen die gleiche Länge besitzen, ist 2 der kleinste mögliche Hamming-Abstand zwischen zwei Permutationen. Da alle Permutationen die gleichen Werte enthalten, ergeben sich alle Nachbarn einer (beliebigen) Permutation  $x$  durch jede mögliche Vertauschung von zwei Positionen in  $x$ . Eine Folge von solchen Vertauschungen  $w_1, \dots, w_n$  von einer (beliebigen) Permutation  $x$  ( $= w_1$ ) bildet einen Weg von  $w_1$  nach  $w_n$ ; dabei geht  $w_{i+1}$ , mit  $1 \leq i < n$ , aus  $w_i$  durch eine Vertauschung von zwei Positionen in  $w_i$  hervor;  $w_i$  und  $w_{i+1}$  sind direkte Nachbarn.

Durch einen Abstand zwischen Permutationen können lokale Optima – bezogen auf diesen Anwendungsfall der Ressourcenbelegungsplanung eben lokale Minima – auftreten, wohingegen ein globales Minimum (Optimum) stets vorliegt. Nach der Definition von einem strikten lokalen Minimum in der Analysis, ist ein lokales Minimum ( $x$ ) umgeben von (echt) größeren Werten und zwar in einer kleinen ( $\epsilon$ -) Umgebung von  $x$  – bei einem Maximum natürlich entsprechend von echt geringeren Werten. Dies bedeutet, dass beim Entlanglaufen auf einer (Ziel-) Funktion von einem lokalen Minimum zu einem lokalen (ggf. globalen) Minimum (mindestens) ein höherer (Ziel-) Funktionswert als der vom lokalen Minimum auftritt. Übertragen auf Permutationen bedeutet dies, dass für jeden Weg  $w_1, \dots, w_n$  von einem lokalen Minimum ( $x = w_1$ ) zu einem

lokales Minimum ( $x^* = w_n$ ), ein  $w_i$ , mit  $1 < i < n$ , existiert, dass schlechter als  $x = w_1$  ist; i.e. mit schlechterem (Ziel-) Funktionswert. Um ein lokales Minimum nicht zu restriktiv zu definieren, werden Nachbarn mit gleichen (Ziel-) Funktionswerten zugelassen, wodurch ein so genanntes Plateau vorliegt. Dadurch ergibt sich die folgende Definition für ein lokales Optimum  $x$  bei Permutationen: Kein (direkter) Nachbar von  $x$  darf besser als  $x$  sein und für alle Wege  $w_1, \dots, w_n$  von  $x = w_1$  zu einer besseren Lösung als  $x$ , nämlich  $w_n$ , ist ein  $w_i$ , mit  $1 < i < n$ , dass schlechter als  $x$  ist. Diese Definition entspricht der von Weicker in [49], der ein lokales Optimum für eine etwas allgemeinere Nachbarschaft definiert hat, wobei diese allgemeinere Nachbarschaft durch einen Mutationsoperator bewirkt wird, der im Prinzip eine Lösung (hier eine Permutationen) an einer Stelle ändert.

Bei einem Plateau-Punkt  $x$  ist jeder (direkte) Nachbar von  $x$  nicht besser als  $x$  und es existiert wenigstens ein (direkter) Nachbar mit der gleichen Güte. Am Rand eines Plateaus kann ein benachbarter Punkt (außerhalb des Plateaus) mit einem besseren Zielfunktionswert liegen. Dies wird in der Literatur als Ausgang (des Plateaus) bezeichnet. Ein solcher liegt nicht vor, sofern im Plateau ein lokales Optimum liegt. Ist nicht bekannt, ob ein Plateau einen Ausgang besitzt, so ist das Plateau eventuell vollständig zu durchsuchen, um einen Ausgang zu finden oder eben nicht. Schließlich sind zwei lokale Minima  $x$  und  $y$  mit dem gleichen (Ziel-) Funktionswert nicht durch ein Plateau verbunden, sofern für alle Wege  $w_1, \dots, w_n$  von  $x (= w_1)$  nach  $y (= w_n)$  gilt: es gibt ein  $w_i$ , mit  $1 < i < n$ , dass schlechter als  $x$  ist. Solche lokalen Minima werden als echt unterschiedlich bezeichnet.

Das Ausgangsproblem hat zwei lokale Minima, das eine ist die Permutation (3, 4, 2, 5, 1) mit der mittleren Verspätung von 46 Zeiteinheiten (als Zielfunktionswert) und das andere ist die Permutation (4, 2, 5, 3, 1) mit der mittleren Verspätung von 50 Zeiteinheiten. Seine Reduktion (also das Beispielproblem) hat ein lokales Minimum und zwar die Permutation (3, 2, 4, 1) mit der mittleren Verspätung von 57,5 Zeiteinheiten. Der Hammingabstand zwischen dem globalen Minimum und dem lokalen Minimum beträgt 4. Im Ausgangsproblem beträgt der Hammingabstand zwischen jedem Paar aus globalen und lokalen Minimum 4.

Durch eine Vertauschung von den Inhalten (hier Auftragsnummern) in zwei Positionen  $i$  und  $j$ , mit  $i \neq j$ , in einer Permutation  $P$  entsteht eine neue

Permutation  $Q$ ; im Detail:

ist  $P = (n_1, n_2, \dots, n_{i-1}, n_i, n_{i+1}, \dots, n_{j-1}, n_j, n_{j+1}, \dots, n_m)$ ,

so führt diese Vertauschung von den Inhalten in zwei Positionen  $i$  und  $j$ , mit  $i \neq j$ ,

zu  $Q = (n_1, n_2, \dots, n_{i-1}, n_j, n_{i+1}, \dots, n_{j-1}, n_i, n_{j+1}, \dots, n_m)$ .

Bei einem Hammingabstand von  $(n + 1)$  zwischen zwei Permutationen  $P$  und  $Q$  gilt für eine Folge mit der geringsten Anzahl  $N$  an Vertauschungen von zwei Positionen, mit denen  $P$  in  $Q$  überführt wird, dass  $N \leq n$  ist. Häufig sind es genau  $n$  Vertauschungen, wie z.B. zwischen den Permutationen (1,2,3,4) und (4,1,2,3) mit einem Hammingabstand von 4 die Vertauschungen von (1,2,3,4) zu (4,2,3,1), mit einem Hammingabstand von 3 zu (4,1,2,3), und dann zu (4,1,3,2), mit einem Hammingabstand von 2 zu (4,1,2,3), und schließlich zu (4,1,2,3). Aber, die Permutationen (1,4,3,2) und (4,1,2,3) haben ebenfalls einen Hammingabstand von 4 und werden durch 2 Vertauschungen in einander überführt, nämlich von (1,4,3,2) zu (4,1,3,2), mit einem Hammingabstand von 2 zu (4,1,2,3), und dann zu (4,1,2,3). Damit existieren für jede Permutation  $P$  mit einem Hammingabstand von  $(n + 1)$  zum globalen Minimum maximal  $n$  Vertauschungen, die  $P$  in das globale Minimum überführen. Dies motiviert eine Iteration solcher Vertauschungen und ein solches Verfahren wird als eine lokale Suche bezeichnet.

Eine lokale Suche benötigt ein Kriterium, nach dem entschieden wird, ob eine Vertauschung weiterverfolgt werden soll oder nicht. Für die numerische Lösung eines nicht-linearen Optimierungsproblems in der Analysis wird dies in dem allgemeinen Abstiegsverfahren – bzw. dem Gradientenverfahren – dadurch gelöst, indem die Richtung bevorzugt wird, in welcher die (Ziel-) Funktion am stärksten verbessert wird. Daher sollten nur Verbesserungen weiterverfolgt werden. Dabei werden in der Regel  $n$  Vertauschungen durchgeführt, wodurch  $n$  Lösungen entstehen und basierend auf deren Zielfunktionswerten wird eine, oder sogar mehrere, ausgewählt, mit der (oder denen) die lokale Suche fortgesetzt wird. Über eine Abbruchbedingung terminiert das Verfahren.

## 4 Mögliche Eigenschaften eines Lösungsraums

Die Untersuchung von Lösungsräumen in der Literatur hat das Ziel, Eigenschaften im Lösungsraum zu erkennen, mit denen einerseits die Güte von

Heuristiken erklärt werden können und mit denen andererseits Heuristiken selbst entwickelt werden können. Statt dem eigentlichen Optimierungskriterium wird vielfach eine Ersatzfunktion verwendet, die in der Literatur als Fitness (-funktion) bezeichnet wird.

In der Literatur werden folgende Eigenschaften bzw. Charakteristika analysiert (und damit definiert) – für eine umfangreiche Behandlung sei auf das Buch von Richter und Engelbrecht in 2014, s. [44], verwiesen:

- Verteilung der Zielfunktionswerte (Mittelwert und Varianz).
- Unebenheit (Rauheit bzw. Zerklüftung) des Lösungsraums, definiert durch die Korrelation zwischen dem Abstand von zwei Lösungen und der Differenz ihrer Zielfunktionswerte.
- Die Zahl der lokalen Optima.
- Die Verteilung der lokalen Optima im gesamten Lösungsraum.
- Die Anzahl der Schritte (hier Vertauschungen) zu einem (globalen) Optimum.
- Struktur und Größe von sogenannten Anziehungsbecken um lokale Optima. Ein Anziehungsbecken ist ein Gebiet um ein lokales Optimum  $M$ , bei dem zwischen jedem Punkt  $P$  mit Zielfunktionswert  $f(P)$  und Abstand  $A(P)$  von  $M$  eine sehr signifikante (positive) Korrelation zwischen  $f(P) - f(M)$  und  $A(P)$  vorliegt.
- Größe und Struktur von Plateaus (i.e. Gebiete mit gleichen Zielfunktionswerten).

Es sei betont, dass die Ausprägungen dieser Eigenschaften stark von der Fitness-Funktion abhängt. So diskutiert Weicker in [49] am Beispiel von Bitmustern lokale Optima und stellt generell fest, dass lokale Optima ausschließlich von der gewählten Codierung und dem Mutationsoperator abhängen – beachte, dass, wie oben ausgeführt, Weicker in [49] ein lokales Optimum für eine etwas allgemeinere Nachbarschaft, die durch einen Mutationsoperator erzeugt wird, definiert hat. Aufgrund der obigen Überlegungen ist dies sehr relevant, da je weniger lokale Optima existieren, desto bessere Ergebnisse können durch eine (lokale) Suche erwartet werden.

Bei Optimierungsproblemen mögliche Eigenschaften eines Lösungsraums sind in den Abbildungen 3 bis 10 mit ihren Bezeichnungen und teilweise Hinweisen auf ihre Eignung für ein Suchverfahren angegeben; ein Gradient zeigt nach dem Gradientenverfahren zur Optimierung partiell differenzierbarer

(Ziel-) Funktionen in die Richtung des steilsten Abstiegs. Zur geführten Suche zeigen diese möglichen Eigenschaften bereits die Wirkung von Informationen aus früheren Suchschritten für die Festlegung eines nächsten Suchschrittes.

Exemplarisch werden nun folgende besonders ungünstige Konstellationen analysiert. Liegen keine für eine geführte Suche verwendbaren Informationen vor, beispielsweise dann, wenn durch die zufällige Erzeugung eines Nachfolgers ein Suchraum gebildet wurde (ein Beispiel dazu ist in [43] angegeben), dann hat (im Mittel) jede geführte Suche die gleiche Güte und deswegen hat die zufällige Suche die gleiche Güte. Das gleiche gilt für das Problem der Suche nach einer Nadel im Heuhaufen, s. Abbildung 7. Informationen können derart vorliegen, dass eine geführte Suche zwar in jedem Schritt einen besseren Zielfunktionswert erreicht, aber zugleich der Abstand zum Optimum erhöht wird, wodurch das Optimum nie erreicht wird (eine solche Situation, allerdings noch extremer, ist das in der Abbildung 6 als trügerisch bezeichnete Problem und unter irreführend ist in [43] ein Beispiel angegeben); somit bewegen sich die Lösungen vom Optimum fort und dadurch ist der Abstand zu der optimalen Lösung negativ korreliert mit dem Zielfunktionswertunterschied zwischen einer Lösung und der optimalen Lösung. Jede andere geführte Suche, die Informationen über den Lösungsraum nutzt, findet ebenfalls das Optimum nicht. Effektiver ist dann ein Suchverfahren, das keine Informationen über die Eigenschaften des Suchraums benutzt, sondern zufällig sucht. Dies rechtfertigt die Verwendung einer zufälligen Suche als Benchmark für Heuristiken; beim Scheduling wird häufiger eine geführte Suche von einer zufällig erzeugten Anfangslösung (oder mehrerer) gestartet; als ein Beispiel möge Vallada et al. (in 2008, s. [48]) dienen. Diese möglichen Wirkungen von Informationen aus früheren Suchschritten für die Festlegung eines nächsten Suchschrittes korreliert mit dem „no-free-lunch“ Theorem, s. [51] und [52], nach dem effiziente und effektive Verfahren problemspezifisch sein müssen und insbesondere keine „black-box“ Optimierung möglich ist.

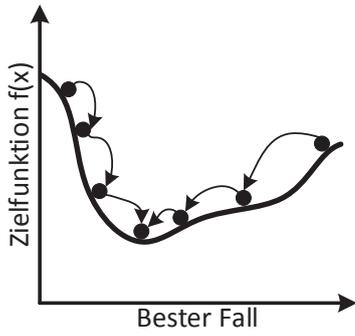


Abbildung 3: Beispielhafter Lösungsraum I.

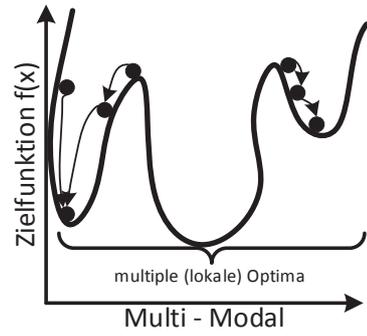


Abbildung 5: Beispielhafter Lösungsraum III.

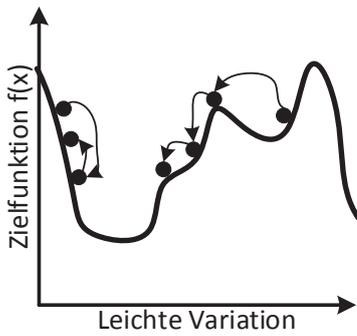


Abbildung 4: Beispielhafter Lösungsraum II.

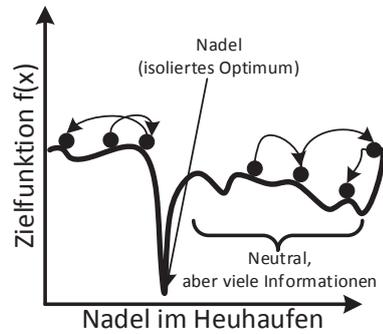


Abbildung 7: Beispielhafter Lösungsraum V.

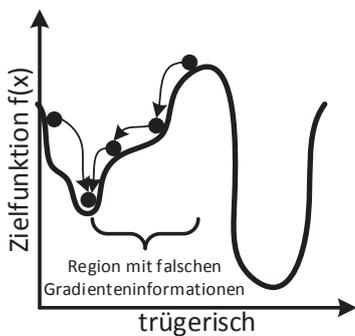


Abbildung 6: Beispielhafter Lösungsraum IV.

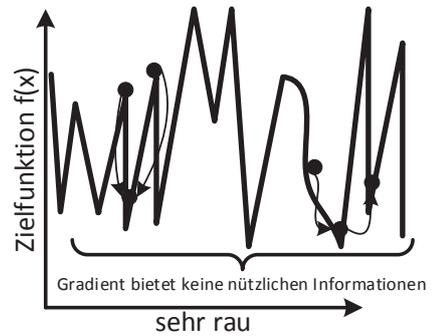


Abbildung 8: Beispielhafter Lösungsraum VI.

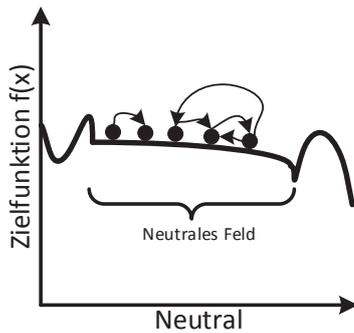


Abbildung 9: Beispielhafter Lösungsraum VII.

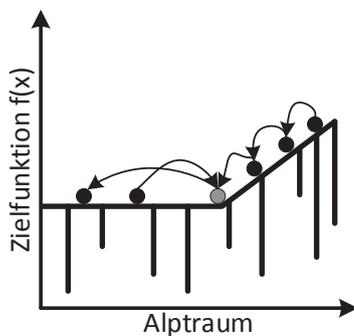


Abbildung 10: Beispielhafter Lösungsraum VIII.

## 5 Fitness-Abstandskorrelationskoeffizient

Angenommen, es liege ein idealer Suchraum vor, bei dem jede Vertauschung zu einer Verbesserung führt und ein globales Optimum sogar mit einer minimalen Anzahl an Vertauschungen erreicht wird. Ist zugleich die durch eine Vertauschung jeweils erzielte Verbesserung gleich, so liegt eine maximale Korrelation zwischen dem Hamming-Abstand und dem Zielfunktionswert vor. Ein solcher Suchraum ist im Zusammenhang mit Permutationen nicht möglich. Maximal möglich sind Permutationen wie die folgenden im Fall von dreistelligen Permutationen. Wie im Folgenden noch dargestellt werden wird, liefern bei dreistelligen Permutationen die folgenden Zielfunktionswerte die besten Kennzahlen, weswegen dieses Beispiel als „ideale Permutationen“ bezeichnet wird.

1	2	3	ZFW [ZE]	HGM	RN
1	2	3	2	0	1
2	1	3	6	2	2
1	3	2	6	2	3
3	2	1	6	2	4
2	3	1	8	3	5
3	1	2	8	3	6

Tabelle 4: Ideale Permutationen: Alle Permutationen (Spalte i für die i-te Stelle in der Permutation) mit mittleren Verspätungen in Zeiteinheiten (ZE) (Spalte ZFW), Hammingabstand zum globalen Minimum (Spalte HGM) sowie Referenznummer (Spalte RN).

Eine eigene Analyse ergab, dass sich eine solche Permutationslinienfertigung mit der Verspätung als Zielkriterium nicht erreichen lässt. Es treten Permutationen mit zu geringen Verspätungen auf. Dies lässt sich durch reihenfolgeabhängige Rüstkosten korrigieren.

Damit dürfte der – zu Beginn dieses Abschnitts – genannte Suchraum, der ideal ist, nicht oder nur marginal häufig existieren. Bei der Ressourcenbelegungsplanung wird die Problemklasse mit dem im Mittel geringsten Rechenzeitbedarf durch ein Sortierverfahren gelöst, s. dazu [17]; ein Beispiel dafür ist das günstige Problem, s. Tabelle 3. Trotzdem begründet dieser ideale Suchraum die Verwendung von der (ebendort) genannten Korrelation als ein Maß für die Güte einer (lokaler) Suchmethode zur Lösung eines Optimierungsproblems. Als Präzisierung schlugen Jones und Forrest (1995) (s. [24]) einen so genannten Fitness-Abstandskorrelationskoeffizienten vor, dessen folgende Definition sich an Rothlauf [43] orientiert; für Berechnungen zu einem solchen Koeffizienten sei auf [8] verwiesen. Mit einer optimalen Lösung  $x_{opt}$ , dem Abstand  $d_{i,opt}$  einer Permutation  $i$  zur optimalen Lösung ( $x_{opt}$ ), dem Zielfunktionswert  $f_i$ , die Mittelwerte von allen Zielfunktionswerten  $E(f)$ , die Mittelwerte von allen Hammingabständen jeweils zur optimalen Lösung ( $x_{opt}$ )  $E(d_{opt})$ , die Standardabweichungen von allen Zielfunktionswerten  $\sigma(f)$  und die Standardabweichungen von allen Hammingabständen jeweils zur optimalen Lösung ( $x_{opt}$ )  $\sigma(d_{opt})$  ist

$$\rho_{FDC} = \frac{c_{f,d}}{\sigma(f)\sigma(d_{opt})}$$

der Fitness-Abstandskorrelationskoeffizient mit der

Kovarianz

$$c_{f,d} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (f_i - E(f)) \cdot (d_{i,opt} - E(d_{opt})).$$

Damit misst der Fitness-Abstandskorrelationskoeffizient  $\rho_{FDC} \in [-1, 1]$  die lineare Korrelation zwischen den Zielfunktionswerten von allen Lösungen (Permutationen) und ihren Hammingabständen zum globalen Minimum ( $x_{opt}$ ).

Nach Jones und Forrest (in 1995, s. [24]) korrelieren bei  $\rho_{FDC} \geq 0.15$  Zielfunktionswerte und ihre Hammingabstände (zum Optimum) gut. Dadurch nehmen bei einem zunehmend geringeren Hammingabstand zum Optimum die Abstände der Zielfunktionswerte zum optimalen Zielfunktionswert ab. Deswegen ist der Suchraum günstig für Suchverfahren. Nach Jones und Forrest (s. [24]) bedeutet ein  $\rho_{FDC}$  zwischen  $-0.15$  und  $0.15$ , dass die Zielfunktionswerte der Nachbarschaftslösungen unkorreliert sind und der Suchraum keine Informationen darüber enthält, welcher Nachbar durch ein Suchverfahren weiter verfolgt werden sollte. Die Informationen im Suchraum dürften nach Jones und Forrest (s. [24]) im Fall von  $\rho_{FDC} \leq -0.15$  für ein Suchverfahren sogar irreführend sein.

Wegen der maximalen Korrelation bei dem (zu Beginn dieses Abschnitts genannten) idealen Suchraum hat  $\rho_{FDC}$  den optimalen Wert von 1. Dieser liegt auch bei der idealen Permutation, s. Tabelle 4, vor. Allerdings bewirkt folgende kleine Änderungen der Zielfunktionswerte, bei der der Zielfunktionswert von 6 Zeiteinheiten (ZE) durch 4 ZE ersetzt wird – i.e. bei jedem der drei Vorkommen – und der andere Zielfunktionswert von 8 ZE auf 9 ZE erhöht wird – ebenfalls bei jedem der beiden Vorkommen – bereits eine Reduktion von  $\rho_{FDC}$  auf den Wert 0.87. Verantwortlich für diese substantielle Reduktion (von  $\rho_{FDC}$ ) ist die Abweichung von der maximalen Korrelation zwischen dem Hamming-Abstand und dem Zielfunktionswert. Da die auftretenden Hamming-Abstände 0, 2 und 3 sind, liegt eine ideale Situation vor, wenn die Zielfunktionswerte zu den einzelnen Hamming-Abständen gleich sind und, dann, derjenige zum Hamming-Abstand von 3 um 50% höher ist, als der zum Hamming-Abstand von 2. Durch andere Abweichungen von diesem Zusammenhang werden noch kleinere Werte für  $\rho_{FDC}$  bewirkt. Ein beliebig kleiner Werte für  $\rho_{FDC}$  konnte nicht erzielt werden. Der kleinste gefundene Werte für  $\rho_{FDC}$  von 0.45 bewirkt die Erhöhung von einem der beiden Vorkommen von dem Zielfunktionswert von 8 um eine sehr große Zahl, z.B. auf 1000.

Marginal kann der Wert noch verringert werden, in dem der Zielfunktionswert von 6 maximal verringert wird, nämlich auf 3, und der Zielfunktionswert von 8 ebenfalls maximal verringert wird, nämlich auf 4 – das zweite Vorkommen von dem Zielfunktionswert von 8 im Ausgangsproblem wird auf 1000 gesetzt –; dies bewirkt  $\rho_{FDC} = 0.448558732$ , gegenüber  $\rho_{FDC} = 0.451525763$ .

Die optimale Lösbarkeit durch die Prioritätsregel KOZ beim günstigen Problem, und damit durch ein Sortierverfahren, bewirkt einen Fitness-Abstandskorrelationskoeffizient von  $\rho_{FDC} = 0.577$ . Verantwortlich für eine solche substantielle Abweichung vom idealen Fitness-Abstandskorrelationskoeffizient von 1 (bei dem die maximale Korrelation vorliegt,) sind für den allgemeinen Fall mehrere Effekte. Drei besonders relevante werden im Folgenden vorgestellt und anhand des Beispielproblems bzw. des günstigen Problems demonstriert.

Zum einen können auch hohe Zielfunktionswerte einen geringen (minimalen) Hamming-Abstand zum globalen Minimum haben. Zwar haben im Beispielproblem die beiden Permutationen mit den beiden höchsten Zielfunktionswerten von 107.5 Zeiteinheiten (ZE) und 100 ZE jeweils den maximal möglichen Hamming-Abstand von 4 zum globalen Minimum. Aber bereits die nächst höheren Zielfunktionswerte von 95 ZE, 85 ZE und 80 ZE haben, in dieser Reihenfolge, die Hamming-Abstände von 3, 3, und sogar 2, also den kleinsten möglichen; es sei angemerkt, dass drei Permutationen einen Zielfunktionswert von 80 ZE haben und zwei von diesen haben den Hamming-Abstand von 2 und einer hat den Hamming-Abstand von 4. Ein solcher Effekt liegt auch beim günstigen Problem vor. So haben von drei Permutationen mit dem zweithöchsten Zielfunktionswert von 72.5 ZE – 75 ZE ist der höchste Zielfunktionswert – zwei einen Hamming-Abstand von 4 und einer hat den Hamming-Abstand von 2 zum globalen Minimum.

Zum anderen kann ein Plateau einen geringen Fitness-Abstandskorrelationskoeffizient bewirken. Das Beispielproblem hat in der Permutation (4,3,2,1) ein Plateau, da die beiden Permutationen (4,1,2,3) und (4,3,1,2) (direkte) Nachbarn (von ihm) mit dem gleichen Zielfunktionswert von 57.5 Zeiteinheiten sind, und alle anderen (direkten) Nachbarn von ihnen einen höheren Zielfunktionswert haben. Von der Permutation (4,3,1,2) führt eine Vertauschung (von Positionen) zu (4,1,3,2) und danach eine weitere zu (1,4,3,2), dem globalen Mi-

nimum. Im Fall der Permutation (4,3,2,1) ist mindestens eine zusätzlich Vertauschung erforderlich – z.B. eben zu (4,3,1,2). Folglich liegt keine Korrelation zwischen dem Hamming-Abstand und dem Zielfunktionswert vor. Es sei angemerkt, dass beim günstigsten Problem kein Plateau vorliegt.

Schließlich dürfte ein lokales Minimum einen noch gravierenderen Einfluss auf den Fitness-Abstandskorrelationskoeffizienten haben. Da nach der Definition von einem lokalen Minimum (LM) ein globales Minimum (GM) ausschließlich durch eine Folge von Vertauschungen mit einer Verschlechterung erreicht werden kann, ist die Korrelation zwischen dem Hamming-Abstand und den Zielfunktionswerten zwischen LM und GM kleiner als die maximal mögliche. Im Gegensatz zum günstigsten Problem hat das Beispielproblem ein lokales Minimum – das Ausgangsproblem hat zwei lokale Minima.

Aufgrund dieser Eigenschaften ist der Fitness-Abstandskorrelationskoeffizient beim Beispielproblem nur noch 0.396. Dass das Ausgangsproblem ein lokales Minimum mehr hat und insgesamt aufwendiger zu lösen ist, bewertet dieser Fitness-Abstandskorrelationskoeffizient mit einer Reduktion um 13.64% – auf 0.342.

Die vorgestellten Überlegungen stellen bereits Ansatzpunkte für Schwächen eines Fitness-Abstandskorrelationskoeffizienten dar. Daher ist es nach der Literatur wirkungsvoller, alle Lösungen in einem kartesischen Koordinatensystem aus den Zielfunktionswerten und den Hammingabständen zum Optimum einzutragen. Konkretisierungen finden sich bei Kauffman und Weinberger (1989, s. [27]), Boesse (1995 für das Traveling Salesman Problem, s. [3]), Reeves (1999 für die Ressourcenbelegungsplanung von Fließfertigungen, s. [39] und Mendes et al. (2002 für die Ressourcenbelegungsplanung von Einzelstationen, s. [31]). Danach treten noch stärker als beim Beispielproblem (und auch beim günstigsten Problem) bei realen Problemen Lösungen mit hohen Hammingabständen zum Optimum und sehr geringen Abständen zum optimalen Zielfunktionswert auf.

## 6 Glätte bzw. Unebenheit eines (Teil-) Lösungsraums

Haben benachbarte Lösungen – i.e. hier Permutationen – sehr unterschiedliche Lösungen, so liegen keine nützlichen Informationen für das Finden eines Minimums – auch nicht für ein lokales Mini-

mum, vor; ein Beispiel ist der Lösungsraum VI in Abbildung 8. In diesem Sinne liegt ein zerklüfteter Suchraum vor. Das Gegenteil ist eine hohe Korrelation benachbarter Lösungen. In der Literatur wird ein Vorgehen vorgeschlagen, bei dem im Idealfall – i.e. wenn der Suchraum vollständig betrachtet wird – die Mittelwerte der Abstände zwischen dem Optimum und seinen Nachbarn mit einem festen Hammingabstand einschließlich der dabei auftretenden Standardabweichungen ermittelt werden. Für das Beispielproblem als auch für das günstige Problem sind die entsprechenden Werte in Tabelle 5, für das Beispielproblem, und in Tabelle 6, für das günstige Problem, angegeben. Um die Veränderung der Mittelwerte bei der Veränderung des Hammingabstands vergleichen zu können, wurden die einzelnen Mittelwerte mit dem dazugehörigen Hammingabstand gewichtet (Division durch den Hammingabstand) und dadurch normiert. Wegen der Abnahme dieses normierten Mittelwerts ist die Zunahme des (tatsächlichen) Mittelwerts nur moderat. Sie wird verursacht durch eine bereits sehr hohe Abdeckung aller Zielfunktionswerte mit einem minimalen Hammingabstand (von 2) – es kommt beim günstigsten Problem der Zielfunktionswert von 72.5 Zeiteinheiten (ZE) vor und der höchste (einmal) auftretende ist 75 ZE. Beim Beispielproblem haben das lokale Minimum und einige Permutationen einen relativ günstigen Zielfunktionswert mit einem hohen Hammingabstand zum globalen Minimum. Dies bewirkt die Zunahme der Standardabweichung mit zunehmenden Hammingabstand und eine generell höhere Standardabweichung als beim günstigsten Problem.

Hammingabstand	Mittelwert [ZE]	Mittelwert/Hammingabstand [ZE]	Standardabweichung [ZE]
2	65	32,5	9.43
3	70	23.33	12.56
4	75.72	18.68	17.42

Tabelle 5: Beispielproblem: Abstand zwischen Zielfunktionswert und globales Minimum für Permutationen mit dem gleichen Hammingabstand vom globalen Minimum; Kennzahlen z.T. in Zeiteinheiten (ZE).

Hamming-abstand	Mittelwert [ZE]	Mittelwert/Hammingabstand [ZE]	Standardabweichung [ZE]
2	58.33	29.16	7.81
3	62.5	20.83	5
4	66.67	16.67	6.01

Tabelle 6: Günstiges Problem: Abstand zwischen Zielfunktionswert und globales Minimum für Permutationen mit dem gleichen Hammingabstand vom globalen Minimum; Kennzahlen z.T. in Zeiteinheiten (ZE).

Zur Orientierung sind in der folgenden Tabelle 7 diese Kennzahlen für ideale Permutationen (aus dem Abschnitt 5 über den Fitness-Abstandskorrelationskoeffizient) angegeben. Gleiche Zielfunktionswerte beim gleichen Hammingabstand zum (globalen) Minimum führt zu einer Standardabweichung von 0 Zeiteinheiten (ZE). Wegen der Abnahme des normierten Mittelwerts ist die Zunahme nicht proportional zum Hammingabstand; dies wäre der Fall, wenn der Zielfunktionswert von 8 ZE durch 9 ZE ersetzt werden würde – dann wäre 9 ZE der Mittelwert zum Hammingabstand 3 und der gleichmäßige Anstieg von Mittelwert zum Hammingabstand zeigt sich im einheitlichen Quotienten aus Mittelwert und Hammingabstand.

Hamming-abstand	Mittelwert [ZE]	Mittelwert/Hammingabstand [ZE]	Standardabweichung [ZE]
2	6	3	0
3	8	2.67	0

Tabelle 7: Ideale Permutationen: Abstand zwischen Zielfunktionswert und globales Minimum für Permutationen mit dem gleichen Hammingabstand vom globalen Minimum; Kennzahlen z.T. in Zeiteinheiten (ZE).

Eine solche Zerklüftung liegt nicht nur im Hinblick auf den Bezug zum Optimum vor, sondern gerade bezogen auf alle Nachbarn mit einem festen Hammingabstand. Deswegen wurden diese Kennzahlen auch für alle Paare von Permutationen mit einem bestimmten Hammingabstand erhoben und sind in der Tabelle 8 für das Beispielproblem und in Tabelle 9 für das günstige Problem angegeben. Sie sind strukturell ähnlich zu denjenigen bei einem

festen Hammingabstand zum globalen Minimum in Tabelle 5, für das Beispielproblem, und in Tabelle 6, für das günstige Problem. Einziger struktureller Unterschied ist die Standardabweichung beim Beispielproblem, die nun abnimmt. Verantwortlich hierfür sind starke Schwankungen in den Zielfunktionswerten benachbarter Permutationen (mit einem Hammingabstand von 2). Ferner wird die oben angesprochene Vermutung über den Einfluss des lokalen Minimums (und anderer Permutationen) auf die Zunahme der Standardabweichung bestätigt. Die um den Hammingabstand normierten Mittelwerte nehmen deutlich mit zunehmenden Hammingabstand ab. Relativ gesehen ist diese Abnahme beim günstigen Problem ausgeprägter, auch im Vergleich zur vorhergehenden Analyse. Aufgrund solcher Implikationen wird mit diesen Analysen die Unebenheit bzw. Glätte der Lösungsraums, gerade in der Umgebung eines (lokalen) Minimums, aufgezeigt – und erfolgt in der Literatur unter einer dieser beiden Bezeichnungen.

Hamming-abstand	Mittelwert [ZE]	Mittelwert/Hammingabstand [ZE]	Standardabweichung [ZE]
2	13.37	6.68	12.97
3	16.09	5.36	11.04
4	16.39	4.09	7.46

Tabelle 8: Beispielproblem: Kennzahlen ggf. in Zeiteinheiten (ZE) zu Paaren von Permutationen mit dem gleichen Hammingabstand.

Hamming-abstand	Mittelwert [ZE]	Mittelwert/Hammingabstand [ZE]	Standardabweichung [ZE]
2	6.74	3.37	3.86
3	6.87	2.29	4.96
4	7.22	1.81	3.99

Tabelle 9: Günstiges Problem: Kennzahlen ggf. in Zeiteinheiten (ZE) zu Paaren von Permutationen mit dem gleichen Hammingabstand.

Zur Orientierung sind in der folgenden Tabelle 10 diese Kennzahlen für ideale Permutationen (aus dem Abschnitt 5 über den Fitness-Abstandskorrelationskoeffizient) angegeben. Da nun nicht mehr ausschließlich die Differenzen von 8 Zeiteinheiten (ZE) und 2 ZE sowie von 6 ZE und 2 ZE auftreten, sondern zusätzlich von 8 ZE und 6

ZE, sind die Mittelwerte kleiner (bei beiden Hammingabständen von 2 und 3). Beim Hammingabstand von drei treten noch Differenzen von 0 ZE (zwischen 6 ZE bzw. 8 ZE und 6 ZE bzw. 8 ZE) auf. Dies erklärt die Abnahme des Mittelwerts, auch des normierten und die (deutliche) Zunahme der Standardabweichung. Im Fall der vielen Differenzen von 0 ZE, und zwar 4-mal von 6 ZE, enthält der Gradient keine nützlichen Informationen für das Finden eines Minimums. In diesem Sinne liegt bei einem Hammingabstand von 3 bei idealen Permutationen eine Zerklüftung vor.

Hammingabstand	Mittelwert [ZE]	Mittelwert/Hammingabstand [ZE]	Standardabweichung [ZE]
2	2.67	1.33	0.94
3	2	0.67	2.83

Tabelle 10: Ideale Permutationen: Kennzahlen ggf. in Zeiteinheiten (ZE) zu Paaren von Permutationen mit dem gleichen Hammingabstand.

Ein Suchraum ohne Zerklüftung wird erreicht, in dem ein Teil der Permutationen gelöscht werden. Die resultierende Permutationen wird im Folgenden als „sehr einfache Permutationen“ bezeichnet und ist in Tabelle 11 angegeben.

1	2	3	ZFW [ZE]	HGM	RN
1	2	3	2	0	1
1	3	2	6	2	2
2	3	1	8	3	3

Tabelle 11: Sehr einfache Permutationen: Alle Permutationen (Spalte i für die i-te Stelle in der Permutation) mit mittleren Verspätungen in Zeiteinheiten (ZE) (Spalte ZFW), Hammingabstand zum globalen Minimum (Spalte HGM) sowie Referenznummer (Spalte RN).

Die Kennzahlen für den Abstand zwischen Zielfunktionswert und globalem Minimum für Permutationen mit dem gleichen Hammingabstand vom globalen Minimum ändern sich nicht; s. Tabellen 7 und 12.

Der gewünschte Effekt zeigt sich bei den Kennzahlen zu Paaren von Permutationen mit dem gleichen Hammingabstand. Der Mittelwert und der um den Hammingabstand gewichtete Mittelwert steigen an.

Verantwortlich für die geringe Standardabweichung ist die sehr kleine Anzahl an Permutationen.

Hammingabstand	Mittelwert [ZE]	Mittelwert/Hammingabstand [ZE]	Standardabweichung [ZE]
2	6	3	0
3	8	2.67	0

Tabelle 12: Sehr einfache Permutationen: Abstand zwischen Zielfunktionswert und globales Minimum für Permutationen mit dem gleichen Hammingabstand vom globalen Minimum; Kennzahlen z.T. in Zeiteinheiten (ZE).

Hammingabstand	Mittelwert [ZE]	Mittelwert/Hammingabstand [ZE]	Standardabweichung [ZE]
2	3	1.5	1
3	6	2	0

Tabelle 13: Sehr einfache Permutationen: Kennzahlen ggf. in Zeiteinheiten (ZE) zu Paaren von Permutationen mit dem gleichen Hammingabstand.

Problematisch bei diesem Vorgehen ist, dass ein Lösungsraum im Allgemeinen nicht vollständig erzeugt werden kann. Seitens der Literatur erwies sich die Betrachtung von Zufallsbewegungen sehr häufig als wirkungsvoll; Zufallsbewegungen werden weiter unten erläutert. Damit wird ein (Gesamt-) Lösungsraum durch solche Zufallsbewegungen ersetzt. Dazu werden Zielfunktionswerte als Zufallsvariablen aufgefasst und können dann stochastisch untersucht werden. Dieses Vorgehen wird zunächst für alle Permutationen erläutert und verifiziert.

Wie die obigen Betrachtungen belegen, bedeutet eine hohe Glätte eine hohe Korrelation benachbarter Lösungen, wodurch kein zerklüfteter Suchraum vorliegt. Deswegen wurde in der Literatur eine Korrelationsfunktion als Maß für die Zerklüftung eines Suchraums vorgeschlagen (s. [26], [25] und [50]). Als Beispiel diene die Autokorrelationsfunktion eines Suchraums mit einem bestimmten Hammingabstand ( $d$ ) als Sprungweite ( $\rho(d)$ ), deren Definition

$$\rho(d) = \frac{E(f(x)f(y))_{d(x,y)=d} - E(f)^2}{E(f^2) - E(f)^2}$$

sich an die in citeMerz.2004 orientiert; ohne Normalisierungsfaktor,  $Var(f)$  ( $= E(f^2) - E(f)^2$ ), liegt die Autokovarianzfunktion vor.

Für einen festen Hammingabstand  $d$  ist  $\rho(d)$  die Korrelation zwischen den Zielfunktionswerten zu allen Lösungen, die einen Hammingabstand von  $d$  aufweisen. Mit hoher Wahrscheinlichkeit liegt die Autokorrelationsfunktion im Intervall  $[-1, 1]$ ;  $\rho(d) = 1$  bedeutet perfekt korreliert (positiv) – so dass Zielfunktionswerte (i.e.  $f(x)$  und  $f(y)$ ) ähnlicher Höhe vorliegen –,  $\rho(d) = -1$  bedeutet perfekt anti-korreliert (negativ) – so dass die Zielfunktionswerte sich stark unterscheiden (i.e.  $f(x)$  ist hoch und  $f(y)$  ist niedrig – oder umgekehrt) – und bei  $\rho(d) = 0$  lässt sich kein Zusammenhang erkennen. Damit liegt bei  $(\rho(d) \approx 1)$  eine sehr hohe Lokalität vor. Der Grad der Zerklüftung des Suchraums steigt mit der Abnahme von  $\rho(d)$ . Die Werte zu dem Beispielproblem und zum günstigen Problem befinden sich in Tabelle 14; es sei angemerkt, dass, wie bereits angesprochen wurde, negative Werte möglich sind. Zur Orientierung sind diese Kennzahlen in der Tabelle 15 für ideale Permutationen (aus dem Abschnitt 5 über den Fitness-Abstandskorrelationskoeffizient) und für sehr einfache Permutationen angegeben. Für ihre Analyse ist zu beachten, dass nur wenige Werte vorliegen. So weisen die Kennzahlen in Tabelle 15 lediglich in die richtige Richtung.

Hammingabstand	Beispielproblem	Günstiges Problem
2	-2.72 (-900.25)	-1.33 (-83.15)
3	-0.65 (-205.89)	2.5 (156.25)
4	0.18 (42.19)	0 (0)

Tabelle 14: Autokorrelationsfunktion (Autokovarianzfunktion) eines Suchraums mit einem bestimmten Hammingabstand als Sprungweite für das Beispielproblem und das günstige Problem – bei Berücksichtigung des kompletten Suchraums.

Hammingabstand	Ideale Permutationen	Sehr einfache Permutationen
2	1.21 (7.56)	0.25 (1.56)
3	0.89 (5.55)	- (12)

Tabelle 15: Autokorrelationsfunktion (Autokovarianzfunktion) eines Suchraums mit einem bestimmten Hammingabstand als Sprungweite für die idealen Permutationen und für die sehr einfachen Permutationen – bei Berücksichtigung des kompletten Suchraums.

Die aus diesen Werten zu vermutende hohe Zerklüftung trifft aufgrund der bisherigen Analyse zu. Sie zeigt sich auch in einer entsprechenden Analyse aller Permutationen zum Beispielproblem, die in Tabelle 16 mit Hammingabständen zum globalen und lokalen Minimum angegeben sind, sowie zum günstigen Problem, die in Tabelle 17 mit Hammingabständen zum globalen Minimum angegeben sind. Nach Weinberger in [50] sind Suchräume mit einer exponentiell abnehmenden Autokovarianzfunktion günstig für heuristische Suchmethoden.

1	2	3	4	ZFW [ZE]	HGM	HLM	RN
1	2	3	4	80	2	3	1
1	2	4	3	60	3	2	2
1	3	2	4	62.5	3	4	3
1	3	4	2	62.5	2	3	4
1	4	2	3	60	2	4	5
1	4	3	2	45	0	4	6
2	1	3	4	95	3	4	7
2	1	4	3	80	4	3	8
2	3	1	4	107.5	4	4	9
2	3	4	1	100	4	2	10
2	4	1	3	70	3	4	11
2	4	3	1	80	2	3	12
3	1	2	4	65	4	3	13
3	1	4	2	70	3	2	14
3	2	1	4	72,5	4	2	15
3	2	4	1	57,5	4	0	16
3	4	1	2	60	2	3	17
3	4	2	1	60	3	2	18
4	1	2	3	57,5	4	4	19
4	1	3	2	47,5	2	4	20
4	2	1	3	75	4	3	21
4	2	3	1	85	3	2	22
4	3	1	2	57,5	3	4	23
4	3	2	1	57,5	4	3	24

Tabelle 16: Beispielproblem: Alle Permutationen (Spalte  $i$  für die  $i$ -te Stelle in der Permutation) mit mittleren Verspätungen in Zeiteinheiten (Spalte ZFW), Hammingabstand zum globalen Minimum (Spalte HGM), Hammingabstand zum lokalen Minimum (Spalte HLM) sowie Referenznummer (Spalte RN).

1	2	3	4	ZFW	HGM	RN
1	2	3	4	62,5	4	1
1	2	4	3	67,5	3	2
1	3	2	4	55	4	3
1	3	4	2	52,5	2	4
1	4	2	3	57,5	3	5
1	4	3	2	65	4	6
2	1	3	4	67,5	3	7
2	1	4	3	72,5	2	8
2	3	1	4	65	4	9
2	3	4	1	67,5	3	10
2	4	1	3	72,5	4	11
2	4	3	1	75	4	12
3	1	2	4	57,5	3	13
3	1	4	2	60	2	14
3	2	1	4	52,5	2	15
3	2	4	1	50	0	16
3	4	1	2	52,5	2	17
3	4	2	1	57,5	3	18
4	1	2	3	70	4	19
4	1	3	2	72,5	4	20
4	2	1	3	62,5	4	21
4	2	3	1	57,5	3	22
4	3	1	2	60	2	23
4	3	2	1	67,5	3	24

Tabelle 17: Günstiges Problem: Alle Permutationen (Spalte i für i-te Stelle in Permutation) mit Zielfunktionswert (Spalte ZFW), Hammingabstand zum globalen Minimum (Spalte HGM) sowie Referenznummer (Spalte RN).

Eine Zufallsbewegung, auch als Irrfahrt oder als Random Walk bezeichnet, ist ein stochastischer Prozess in diskreter Zeit mit unabhängigen und identisch verteilten Zuwächsen; sie geht auf Pearson (s. [35] in 1905) zurück. Formal, s. z.B. [14] oder [28], handelt es sich bei einer  $d$  dimensionalen Zufallsbewegung ( $d \in \mathbb{N}$ ) um den stochastischen Prozess  $(X_n)_{n \in \mathbb{N}_0}$  mit  $X_n = X_0 + \sum_{j=1}^n Z_j$  ( $n \in \mathbb{N}_0$ ), wobei  $(Z_n)_{n \in \mathbb{N}}$  eine Folge von unabhängigen Zufallsvariablen mit Werten in  $\mathbb{R}^d$  ist, die alle die gleiche Verteilung besitzen. Eine Zufallsbewegung ist also ein diskreter Prozess mit unabhängigen und stationären Zuwächsen. Mit ihrer Hilfe können auch die Wahrscheinlichkeitsverteilungen von Messwerten physikalischer Größen verstanden werden.

Für die Ressourcenbelegungsplanung bietet sich als Zufallsbewegung eine Folge von Vertauschungen an, wodurch eine Folge von Permutationen  $(x_i)_{i \in \mathbb{N}}$  entsteht. Da nach  $n$  Vertauschungen ein Hammingab-

stand von  $n$  entstehen kann (und häufig auch wird), wird aus einer durch eine Zufallsbewegung erzeugten Folge von Permutationen jede  $n$ -te Permutation betrachtet, um die Autokorrelationsfunktion eines Suchraums mit dem Hammingabstand von  $n$  als Sprungweite zu schätzen. Zu einer solchen Zufallsbewegung der Länge  $T$  und der Sprungweite  $n$  sei  $f_t$  der Zielfunktionswert des besuchten Punktes zur Zeit  $t$  und  $\bar{f}$  sei deren Mittelwert. Dann wird die Autokorrelationsfunktion des Suchraums mit Verzögerung  $n$  (da es sich um eine empirische Autokorrelation handelt) durch die Zufallsbewegung-Autokorrelation-Schätzung (s. [50], [46], [47] und [38])

$$r(n) = \frac{\sum_{t=1}^{T-n} (f_t - \bar{f})(f_{t+n} - \bar{f})}{\sum_{t=1}^T (f_t - \bar{f})^2}.$$

geschätzt.

Liegt eine Regelmäßigkeit in dem Suchraum so vor, dass alle Elemente des Suchraums durch eine Zufallsbewegung mit gleicher Wahrscheinlichkeit erreicht werden, dann ist  $r(n)$  für eine Zufallsbewegung mit einer großen Anzahl an Schritten eine gute Schätzung für  $\rho(n)$ ; s. [50] und [39].

Diese Zufallsbewegung-Autokorrelation-Schätzung erlaubt folgende Aussage. Bei einem glatten Lösungsraum sind (wegen der dadurch vorliegenden Korrelationen) die Zufallsbewegung-Autokorrelation-Schätzungen für kleine Verzögerungen ungefähr 1. Da bei zerklüfteten Suchräumen unmittelbar benachbarte Punkte völlig unabhängig voneinander sind, dürfte für alle Verzögerungen (insbesondere kleine) die Zufallsbewegung-Autokorrelation-Schätzung nahe Null sein. Suchräume, bei denen die Zufallsbewegung-Autokorrelation-Schätzungen hohe negative Werte haben, sind prinzipiell möglich, aber ziemlich selten (trotz der Werte in Tabelle 14). (Wegen der geringen Anzahl an Permutationen erfolgt keine Angabe der Zufallsbewegung-Autokorrelation-Schätzung für das Beispielproblem und zum günstigen Problem.)

Damit dürften bei einem glatten Lösungsraum bei einer langen bzw. längeren Folge von Vertauschungen diese eine hohe Korrelation aufweisen. Bei einem zerklüfteten Suchraum demgegenüber nicht. Dieser Unterschied wird durch die Korrelationslänge ( $l^*$ ) gemessen. Sie ist definiert durch das größte  $l^*$ , bei dem im Intervall  $[1, l^*]$  (von Verzögerungen) noch eine Korrelation auftritt. Zur Berechnung wird zunächst  $r(n)$  für ein Intervall

$1 \leq n \leq l$  berechnet.

Der Standardfehler der Schätzung von  $r(n)$  ist nach der klassischen Zeitreihenanalyse (z.B. nach Box und Jenkins (s. [4])) in etwa  $\frac{1}{\sqrt{T}}$ . Daher ist nur mit circa 5 % Wahrscheinlichkeit  $|r(n)|$  größer als  $\frac{2}{\sqrt{T}}$ . Deswegen schlägt Reeves in [41] vor, Werte von  $r(n)$ , die kleiner (als  $\frac{2}{\sqrt{T}}$ ) sind, durch Null zu ersetzen. Damit setzt er dann die Korrelationslänge  $l^*$  auf das letzte  $n$ , für das  $r(n)$  nicht Null ist; also formal  $l^* = \max_{n \geq 0} \left\{ |r(n+1)| < \frac{2}{\sqrt{T}} \wedge \left\{ |r(k)| > \frac{2}{\sqrt{T}} \forall k \leq n \right\} \right\}$ .

Als weitere Berechnung der Korrelationslänge ( $l^*$ ) schlägt Stadler in [47] und [45]

$$l^* = -\frac{1}{\ln(|r(1)|)} = -\frac{1}{\ln(|\rho(1)|)}$$

vor.

Bei der hier untersuchten Anwendung ist der kleinste mögliche Hammingabstand 2, so dass  $r(2)$  tatsächlich  $r(1)$  ist bzw.  $\rho(2)$  ist  $\rho(1)$ . Für das Beispielproblem ergibt sich bei einer Länge der Zufallsbewegung von 24 (eben der Betrachtung aller möglichen Permutationen) eine Korrelationslänge nach Reeves von 0 – da die Grenze nur leicht verletzt wird, eher 1 – und eine nach Stadler von 1 sowie für das günstige Problem eine Korrelationslänge nach Reeves von 1 – nach der obigen Argumentation etwas über 1 – und eine nach Stadler von 1.57; bei beiden Problemen gibt es drei verschiedene Hammingabstände, nämlich 2, 3 und 4. Dieses Ergebnis bestätigt die bisherigen Überlegungen, nach der die Glätte beim günstigen Problem höher als beim Beispielproblem ist, aber, nach diesen Kennzahlen, ist der Unterschied (wohl) nicht zu ausgeprägt. Bei der idealen Permutation wie auch bei der sehr einfachen Permutation ist 2 die Korrelationslänge nach Reeves und da nur die Hammingabstände von 2 und 3 möglich sind, ist diese Korrelationslänge maximal – die Länge der Zufallsbewegung ist wieder 24, bei 6 wäre die Kennzahl (in beiden Fällen) nur 1. Die Korrelationslänge nach Stadler beträgt bei der idealen Permutation 1.47 und bei der sehr einfachen Permutation 1.63. Wird bei der idealen Permutation der Zielfunktionswert von 2 Zeiteinheiten (ZE) durch 5 ZE und der Zielfunktionswert von 8 ZE durch 7 ZE ersetzt, so ist die Glätte noch ausgeprägter und beide Berechnungen ermitteln eine Korrelationslänge von 2.

## 7 Maße für lokale Optima

Eine hohe Anzahl an lokalen Optima dürfte das Finden eines globalen Optimums erschweren. Dieses Kriterium wird in der Literatur als noch relevanter als die Korrelationsmaße angesehen. Für die Schätzung der Anzahl an lokalen Optima  $N(o)$  mit stochastischen Methoden machten Reeves und Eremeev (in 2004, s. [40]) und Eremeev und Reeves (in 2003, s. [13]) einige erfolgversprechende Vorschläge. Einen Einblick mögen folgende beide Überlegungen geben. Eine geführte Suche wird  $n$  mal mit jeweils verschiedenen Anfangslösungen durchgeführt, die dann  $m$  lokale Optima erkennt. Die zeitliche Reihenfolge des Findens von lokalen Optima bildet ein Wartezeitmodell. Übertrifft  $n$   $m$  deutlich, so lässt sich die Wahrscheinlichkeit, dass alle lokalen Optima gefunden wurden abschätzen. Sind  $n$  und  $m$  ungefähr gleich hoch, so dürften noch viele unerkannte Optima existieren. Für die Abschätzung von  $N(o)$  könnten Methoden aus der Biologie zum Abschätzen der Anzahl von Tieren einer Gattung in der freien Wildbahn eingesetzt werden.

Empirische Untersuchungen lieferten Erkenntnisse, die sinnvoll als Charakteristika von Lösungsräumen interpretiert werden können. Zum einen wurde immer wieder festgestellt, dass lokale Optima sehr viel näher als zufällige Lösungen an einem globalen Optimum liegen und dass sie einen geringeren Abstand untereinander haben als zufällige Punkte. Das heißt, dass die Verteilung der lokalen Optima nicht isotrop (also nach allen Richtungen hin gleiche Eigenschaften aufweisend) ist, sondern die lokalen Optima dazu neigen, sich zu gruppieren. Zum anderen korreliert die Größe eines Anziehungsbeckens um ein lokales Optimum recht hoch mit der Güte dieses lokalen Optimums. Diese Eigenschaften liegen nicht bei jedem Problem vor, begründet aber den Erfolg von Perturbationsmethoden, s. z.B. [23] für das Travelling Salesman Problem. Diese Eigenschaften werden bei Suchmethoden wie dem simulated annealing oder dem tabu search unterstellt. Diese Verfahren verlören einen großen Teil ihres Potentials, wenn lokale Optima isotrop verteilt wären.

Wenige Arbeiten zur Analyse von Lösungs- bzw. Suchräumen für Ressourcenbelegungsplanungsprobleme wurden publiziert. Meines Wissens nach enthält die Arbeit von Mattfeld et al. (in 1999, s. [30]) die detaillierteste sowie umfangreichste Analyse. Untersucht wurden 10 Instanzen von Ressourcenbelegungsplanungsproblemen zur Werkstattfertigung mit der Minimierung des maximalen Fertigstellungstermins als Zielkriterium: 5 Instanzen sind

sehr schwer und 5 relativ einfach zu lösen. Das Testbett besteht aus zwei Pools von Lösungen. In einem befinden sich zufällig erzeugte Lösungen und im anderen befinden sich die lokalen Optima. Statistische Untersuchungen mit den folgenden Ergebnissen wurden durchgeführt. Die lokalen Optima sind gleichmäßig über den Lösungsraum verteilt. Daher sind diese im Allgemeinen nicht sehr ähnlich. Die Nachbarschaft im Lösungsraum weisen für beide Typen von Probleminstanzen ähnliche Unebenheiten auf. Deswegen lässt sich aus der Unebenheit eines Lösungsraums alleine nicht erklären, worin die Schwierigkeit bei den schwer zu lösenden Ressourcenbelegungsplanungsproblemen liegt. Mattfeld et al. (s. [30]) beobachteten eine große Korrelationslänge im Lösungsraum bei schweren Problemen, was auf eine plane Landschaft (Lösungsraum) hinweist. Demgegenüber weisen einfache Probleme eine höhere Spanne von Höhen in der Landschaft (Lösungsraum) auf. Diese Ergebnisse erklären die bei den Beispielen in dieser Publikation bereits beobachteten Schwierigkeiten bei der kennzahlenbasierten Analyse nach der Literatur.

## 8 Zusammenfassung

Durch die Definition von benachbarten Lösungen haben zwei benachbarte Lösungen Gemeinsamkeiten und Unterschiede. Folgen von benachbarten Lösungen bilden einen Weg von einer Lösung zu einer anderen. Entlang dieses Weges von einer schlechten Lösung (p) zu einer guten Lösung (q) können die Zielfunktionswerte immer besser werden, also perfekt korreliert mit der Verringerung des Abstands zu q, oder nicht, bis hin zu perfekt nicht korreliert. Da in der Regel solche Lösungsräume viel zu groß sind, um diese konkret angeben zu können, wurden zur Analyse Kennzahlen vorgeschlagen. In einer umfangreichen Literaturrecherche wurden nach meiner Einschätzung nahezu alle Publikationen zur Analyse von Suchräumen identifiziert. Alle in diesen Arbeiten verwendeten Kennzahlen wurden in diese Publikation aufgenommen. Im weiteren Sinne handelt es sich um Korrelationskennzahlen. Diese Kennzahlen wurde auf mehrere einfache Beispiele zur Ressourcenbelegungsplanung angewandt, deren komplette Lösungsräume angegeben worden sind. Dadurch wird die Wirkung und zugleich die strukturelle Schwäche dieser Kennzahlen aufgezeigt. Dennoch belegt die Anwendung dieser Kennzahlen, dass mit ihnen die Lösungsräume von Ressourcenbelegungsplanungsproblemen analysiert werden können. Allerdings gibt es nach der

Literatur Problemklassen, bei denen diese Analysen deutlich bessere Ergebnisse liefern. Deswegen – und auch durch Analysen in der Literatur – haben viele Ressourcenbelegungsplanungsprobleme Lösungsräume, bei denen häufig aus Unterschieden zwischen Zielfunktionswerten kein Verfahren abgeleitet werden kann, mit dem in der Regel bzw. wenigstens häufig eine optimale oder wenigstens sehr gute Lösung gefunden wird.

Dies dürfte die Erfolgsaussichten von Metaheuristiken (deutlich) reduzieren. Die Relevanz dieser Vermutung zu analysieren, ist zukünftigen Untersuchungen vorbehalten.

## 9 Literatur

- [1] Surjit Angra, Chanda Arindam, and V. Chawla. 2018. *Comparison and evaluation of job selection dispatching rules for integrated scheduling of multi-load automatic guided vehicles serving in variable sized flexible manufacturing system layouts: A simulation study*. In: Management Science Letters, 8, 2018, S. 187-200.
- [2] Kenneth Dean Boese. 1995. *Cost versus distance in the traveling salesman problem*. UCLA Computer Science Department, 1995.
- [3] Kenneth Dean Boese. 1995. *Cost versus distance in the traveling salesman problem*. UCLA Computer Science Department, 1995.
- [4] G.E.P Box und G. M. Jenkins. 1970. *Time Series Analysis: Forecasting and Control*. Holden Day, San Francisco, CA, USA.
- [5] G. Bredon. 1993. *Topological and geometry: Graduate Texts in Mathematics*. Vol 139. New York, USA: Springer.
- [6] Edmund K. Burke and Graham Kendall, Editors. 2014. *Search Methodologies: Introductory tutorials in optimization and decision support techniques*. Boston, MA, USA: Springer US.
- [7] Gerard Buskes and Arnoud Rooij van. 1997. *Topological Spaces: From Distance to Neighborhood*. Undergraduate Texts in Mathematics. New York: Springer-Verlag.
- [8] F. Chicano und E. Alba. 2012. *Exact computation of the fitness-distance correlation for pseudo-boolean functions with one global optimum*. In: J.-K. Hao und M. Middendorf (Eds.) EvoCOP 2012. Lecture Notes in Computer Science (LNCS), Volume 7245 (2012), 111-123.

- [9] Tsung-Che Chiang and Li-Chen Fu. 2009. *Using a family of critical ratio-based approaches to minimize the number of tardy jobs in the job shop with sequence dependent setup times*. In: European Journal of Operational Research, 196 (1), 2009, S. 78-92.
- [10] Thorsten Claus, Michael Manitz und Frank Herrmann. 2015. *Operative Planung in IT-Systemen für die Produktionsplanung und -steuerung: Wirkung, Auswahl und Einstellhinweise [Operative Planning in IT-Systems for Production Planning and Control: Effects, Selection and Adjustment Notes]*. Springer, Wiesbaden.
- [11] Andreas Drexl, Bernhard Fleischmann, Hans-Otto Günther, Hartmut Stadtler, und Horst Tempelmeier. 1994. *Konzeptionelle Grundlagen kapazitätsorientierter PPS-Systeme*. In: Zeitschrift für Betriebswirtschaftliche Forschung, 46, S. 1022–1045.
- [12] Ahmed El-Bouri. 2012. *A cooperative dispatching approach for minimizing mean tardiness in a dynamic flowshop*. In: Computers and Operations Research, 39(7), 2012, S. 1305-1314.
- [13] Anton V. Eremeev und Colin R. Reeves. 2003. *On Confidence Intervals for the Number of Local Optima*. In: Stefano Cagnoni, Colin G. Johnson, Juan J. Romero Cardalda, Elena Marchiori, David W. Corne, Jean-Arcady Meyer, Jens Gottlieb, Martin Middendorf, Agnès Guillot, Günther R. Raidl, Emma Hart (Herausgeber). *Applications of Evolutionary Computing*. Proceedings of EvoWorkshops 2003: EvoBIO, EvoCOP, EvoIASP, EvoMUSART, EvoROB, and EvoSTIM Essex, UK, April 14–16, 2003. Lecture Notes in Computer Science (LNCS), volume 2611. S. 224-235.
- [14] Bert Fristedt und Lawrence Gray. 1997. *A modern approach to probability theory*. Birkhäuser, Boston/Basel/Berlin.
- [15] Hans-Otto Günther und Horst Tempelmeier. 2014. *Produktion und Logistik*. 11th ed. Nordstedt: Books on Demand.
- [16] Arnaldo C. Hax and Harlan C. Meal. 1975. *Hierarchical Integration of Production Planning and Scheduling*. In Logistics, Vol. 1 of Studies in Management Sciences edited by Murray A. Geisler. Amsterdam: North Holland.
- [17] Frank Herrmann. 2009. *Logik der Produktionslogistik*. München: Oldenbourg.
- [18] Frank Herrmann. 2011. *Operative Planung in IT-Systemen für die Produktionsplanung und -steuerung: Wirkung, Auswahl und Einstellhinweise*. Wiesbaden: Vieweg + Teubner.
- [19] Frank Herrmann. 2013. *Simulation based priority rules for scheduling of a flow shop with simultaneously loaded stations*. In: Proceedings of the 27th EUROPEAN Conference on Modeling and Simulation, May 27th – 30th, 2013, Ålesund, Norway.
- [20] Frank Herrmann und Michael Manitz. 2017. *Materialbedarfsplanung und Ressourcenbelegungsplanung*. Wiesbaden: Springer.
- [21] Frank Herrmann. 2018. *Übungsbuch Losbildung und Fertigungssteuerung*. Wiesbaden: Springer.
- [22] F. Robert Jacobs, William Berry, D. Clay Whybark and Thomas Vollmann. 2010. *Manufacturing Planning and Control for Supply Chain Management*. 6th ed., New York: McGraw-Hill/Irwin.
- [23] D. S. Johnson. 1990. *Local optimization and the traveling salesman problem*. In: Mike Paterson (Ed.). Proceedings of the 17th International Colloquium on Automata, Languages and Programming. Lecture Notes in Computer Science (LNCS), 443, 446-461.
- [24] Terry Jones und Stephanie Forrest. 1995. *Fitness Distance Correlation as a Measure of Problem Difficulty for Genetic Algorithms*. In Proceedings of the 6th International Conference on Genetic Algorithms, 1995, 184-192.
- [25] Stuart Kauffman, Simon Levin. 1987. *Towards a general theory of adaptive walks on rugged landscapes*. In: Journal of theoretical Biology 128, 1 (1987), 11-45.
- [26] Stuart A. Kauffman. 1989. *Principles of adaptation in complex systems*. In: Lectures in the Sciences of Complexity. Editor D. Stein. The Santa Fe Institute Series. New York: Addison Wesley, 1989, 527-618.
- [27] Stuart A. Kauffman, Edward D. Weinberger. 1989. *The NK model of ruggedness landscapes and its application to maturation of the immune response*. In: Journal of theoretical Biology 141, 2, 1989, 211-245.
- [28] Achim Klenke. 2013. *Wahrscheinlichkeitstheorie*. 3. Auflage, Berlin, Deutschland: Springer-Verlag.

- [29] Karl Kurbel. 2013. *Enterprise resource planning and supply chain management: Functions, business processes and software for manufacturing companies*. Heidelberg, Deutschland: Springer-Verlag.
- [30] D. C. Mattfeld, C. Bierwirth und H. Kopfer. 1999. *A search space analysis of the Job Shop Scheduling Problem*. In: Annals of Operations Research 86 (1999), 441-453.
- [31] Alexandre S. Mendes, Paulo M. Franca and Pablo Moscato. 2002. *Fitness landscapes for the total tardiness single machine scheduling problem*. In: Neural Network World: An International Journal on Neural and Mass-Parallel Computing and Information Systems 2 (2002), 165-180.
- [32] Peter Merz. 2004. *Advanced fitness landscape analysis and the performance of memetic algorithms*. In: Evolutionary Computation 12 (2004), 3,303-325.
- [33] Wiem Mouelhi-Chibani and Henry Pierreval. 2010. *Training a neural network to select dispatching rules in real time*. In: Computers and Industrial Engineering, 58 (2), 2010, 249-256.
- [34] M. Nawaz, E.E. Ensore Jr., I. Ham. 1983. *A heuristic algorithm for the m-machine, n-job flow-shop sequencing problem*. Omega, 11 (1983), 91-95.
- [35] Karl Pearson. 2007. *The Problem of the Random Walk*. In: Nature, 72 (1865), 1905, 294.
- [36] C. Rajendran und K. Aliche. 2007. *Dispatching in flowshops with bottleneck machines*. In: Computers and Industrial Engineering, 52 (1), 2007, 89-106.
- [37] C. Rajendran und O. Holthaus. 1999. *A comparative study of dispatching rules in dynamic flowshops and job shops*. In: European Journal of Operational Research, 116 (1), 156-170.
- [38] Christian M. Reidys and Peter F. Stadler. 2002. *Combinatorial Landscapes*. In: Society for Industrial and Applied Mathematics Vol (SIAM) Review, 44 (1), 3-54.
- [39] Colin R. Reeves. 1999 *Landscapes, operators and heuristic search*. In: Annals of Operations Research, 86, 1999, 473-490.
- [40] Colin R. Reeves. 2004 *Statistical analysis of local search landscapes*. In: Journal of the Operational Research Society, 55 (7), 2004, 687-693.
- [41] Colin R. Reeves. 2014 *Fitness Landscapes*. In: Edmund K. Burke and Graham Kendall (Herausgeber). *Search Methodologies: Introductory tutorials in optimization and decision support techniques*. 2014, 681-705.
- [42] Paulina Rewers, Justyna Trojanowska, Jacek Diakun, Álvaro Rocha, and Luís Reis. 2018 *A Study of Priority Rules for a Levelled Production Plan*. In: Adam Hamrol, Olaf Ciszak, Stanislaw Legutko, and Mieczyslaw Jurczyk (Herausgeber). *Advances in Manufacturing*. 2018. 111-120.
- [43] Franz Rothlauf. 2011. *Design of Modern Heuristics: Principles and Application*. München, Deutschland: Springer-Verlag.
- [44] Hendrik Richter, Andries Engelbrecht. 2014. *Recent Advances in the Theory and Application of Fitness Landscapes*. Heidelberg, Deutschland: Springer-Verlag.
- [45] Peter F. Stadler. 1992. *Correlation in landscapes of combinatorial optimization problems*. In: EPL (Europhysics Letters), 1992, 479.
- [46] Peter F. Stadler. 1995. *Towards a theory of landscapes*. In: R. Lopez-Pena, R. Capovilla, R. Garcia-Pelayo, H. Waelbroeck, F. Zertuche (Eds.). *Complex systems and binary networks*. Guanajuato Lectures, Lecture Notes in Physics, Held at Guanajuato, México, 16 – 22 January 1995, Springer-Verlag, 78-163.
- [47] Peter F. Stadler. 1996. *Landscapes and their correlation functions*. In: Journal of Mathematical chemistry 20.1 (1996), 1-45.
- [48] Eva Vallada, Rubén Ruiz, and Gerardo Minella. 2008. *Minimising total tardiness in the m-machine flowshop problem: A review and evaluation of heuristics and metaheuristics*. In: Computers & Operations Research 35.4 (2008), 1350-1373.
- [49] Karsten Weicker. 2007. *Evolutionäre Algorithmen*. Wiesbaden: Teubner.
- [50] E. Weinberger. 1990. *Correlated and uncorrelated fitness landscapes and how to tell the difference*. In: Biological Cybernetics 63.5 (1990), 325 - 336.
- [51] Xinjie Yu and Mitsuo Gen. 2010. *Introduction to Evolutionary Algorithms*. Springer-Verlag London.
- [52] Raymond Chiong (Editor). 2009. *Nature-*

*Inspired Algorithms for Optimisation.* Springer-Verlag Berlin Heidelberg.